

## **RESOLUCIÓN ADMINISTRATIVA SPVS-IP N° 723/2002**

**La Paz, 30 de agosto de 2002**

### **FORMULAS PARA EL CALCULO DE PENSIONES DE JUBILACIÓN EN EL SEGURO SOCIAL OBLIGATORIO**

#### **CONSIDERANDO**

Que la Superintendencia de Pensiones, Valores y Seguros (SPVS), con jurisdicción nacional, tiene competencia privativa e indelegable para cumplir y hacer cumplir la Ley de Pensiones, su Reglamento y disposiciones conexas y complementarias, asegurando la correcta aplicación de sus principios políticas y objetivos.

Que de conformidad a lo previsto en los artículos 7o de la Ley No. 1732 de Pensiones y 6o del Decreto Supremo N° 24469, los Afiliados podrán acceder a la jubilación en el Seguro Social Obligatorio de largo plazo (SSO) cuando tengan un Capital Acumulado que sumado a la Compensación de Cotizaciones si corresponde, le permita obtener una pensión de jubilación para el Afiliado y sus Derechohabientes igual o superior al setenta por ciento (70%) de su Salario Base, o alternativamente a la edad de 65 años independientemente del Capital Acumulado siempre y cuando la pensión a financiarse sea igual o mayor al setenta por ciento (70%) del salario mínimo nacional vigente,

Que el Decreto Supremo N° 26069 de 09 de febrero de 2001 reglamenta el procedimiento de emisión de Compensación de Cotizaciones (CC),

Que el 1° de mayo de 1997 quedó fijada como Fecha de Inicio del SSO, contando a la fecha el nuevo sistema con menos de cinco (5) años de vigencia, razón por la cual los primeros Afiliados a jubilar requieren de la Compensación de Cotizaciones,

Que a la fecha la Dirección de Pensiones ha emitido 6,116 Certificados de Compensación de Cotizaciones habilitando la opción para acceder a la jubilación en el SSO,

Que para determinar si los Afiliados pueden acceder a la jubilación de acuerdo con los requisitos establecidos en la Ley de Pensiones, su Reglamento y disposiciones complementarias, es necesario aprobar las Fórmulas de Cálculo de Capital Necesario (CN) así como de Capital Necesario Unitario (cnu),

Que las Fórmulas de Cálculo de Capital Necesario Unitario (cnu) son fórmulas actuariales estándar que consideran la edad y sexo del Afiliado así como las edades, sexo y composición de su grupo familiar,

Que el Decreto Supremo N° 25293 de 30 de enero de 1999 establece que la Tasa de

Rentabilidad Referencial a ser aplicada para determinar el cumplimiento de requisitos de jubilación, considerando como parámetro la pensión que el Afiliado pueda obtener en la modalidad de MVV, será determinada en norma expresa emitida por la Superintendencia de Pensiones, Valores y Seguros (SPVS),

Que el Decreto Supremo N° 25293 establece que el patrimonio del Fondo de MVV debe ser invertido en cuotas del Fondo de Capitalización Individual (FCI), especificando asimismo que el precio inicial de la Unidad Vitalicia será determinado mediante Resolución emitida por la SPVS,

Que el Comité de Normas Financieras de Prudencia (CONFIP), mediante Acta de Aprobación SB/CONFIP/072/2002 aprobó el proyecto de Resolución que norma la tasa de rentabilidad, tablas de mortalidad y fórmula de cálculo de capital necesario unitario,

**POR TANTO, EL SUPERINTENDENTE DE PENSIONES, VALORES Y SEGUROS EN USO DE LAS ATRIBUCIONES QUE LE CONFIERE LA LEY,**

**RESUELVE:**

**UNICO.-** Aprobar las fórmulas de cálculo de capital necesario unitario (cnu) para jubilación, las tasas de rentabilidad y las tablas de mortalidad, en sus tres Capítulos y Once puntos de conformidad a la siguiente normativa:

**CAPITULO I**  
**FORMULAS DE CALCULO DE CAPITAL NECESARIO Y DE CAPITAL NECESARIO UNITARIO PARA PRESTACIONES DE JUBILACIÓN**

**PRIMERO.- (CAPITAL NECESARIO).** El Capital Necesario (CN) requerido para jubilar en el SSO es igual al producto de multiplicar el Capital Necesario Unitario (cnu) por el monto de la pensión que se debe financiar con Capital Acumulado en Cuenta Individual.

**SEGUNDO.- (CAPITAL NECESARIO UNITARIO).** Para el cálculo del Capital Necesario Unitario (cnu) denominado factor de descuento actuarial en el Decreto Supremo N° 25293, se aprueban las fórmulas que se cursan en el Anexo 1 de la presente Resolución Administrativa.

**CAPITULO II**  
**TASA DE RENTABILIDAD**

**PARTE I**  
**TASA DE RENTABILIDAD PARA EL CALCULO DEL CAPITAL NECESARIO UNITARIO PARA VERIFICACIÓN DE CUMPLIMIENTO DE REQUISITOS**

**TERCERO.- (TASA DE RENTABILIDAD PARA VERIFICACIÓN DE REQUISITOS).** La Tasa de Rentabilidad que se aplicará para la verificación de cumplimiento de requisitos a la presentación de una Presolicitud de Jubilación, corresponderá a la rentabilidad histórica promedio del Fondo de Capitalización Individual (FCI) del SSO de los últimos cinco (5) años.

Para la gestión 2002, se aplicará la rentabilidad histórica promedio del FCI del SSO al 31 de diciembre de 2001.

**CUARTO.- (FUENTE DE INFORMACION).** La Tasa de Rentabilidad histórica promedio del Fondo de Capitalización Individual (FCI) se publicará por la Intendencia de Pensiones el segundo día hábil del mes de enero de cada año para su aplicación durante ese año calendario.

Para la gestión 2002, la tasa de rentabilidad histórica promedio del FCI del SSO al 31 de diciembre de 2001, es de ocho punto cuarenta y ocho por ciento (8.48%), la misma que corresponde a la rentabilidad nominal histórica promedio, ponderada por su valor al 31 de diciembre de 2001 y ajustada por la variación del tipo de cambio dólar-boliviano (\$us.-Bs.) en el mismo período.

**PARTE II**  
**TASA DE RENTABILIDAD PARA EL CALCULO DEL CAPITAL**  
**NECESARIO UNITARIO PARA LA ELABORACIÓN DE PROPUESTAS**

**QUINTO.- (TASA DE RENTABILIDAD PARA ELABORACIÓN DE PROPUESTAS).** La Tasa de Rentabilidad que se aplicará para efectuar propuestas de Mensualidad Vitalicia Variable (MVV) será la tasa de rentabilidad histórica promedio de los últimos cinco (5) años del Fondo de Capitalización Individual (FCI) administrado por cada AFP.

La tasa de rentabilidad para las propuestas presentadas durante la gestión 2002, será la tasa de rentabilidad histórica promedio del FCI de cada AFP al 31 de diciembre de 2001.

**SEXTO.- (TASA DE RENTABILIDAD PARA EL CALCULO DEL PRECIO DE LA UNIDAD VITALICIA).** La Tasa de Rentabilidad que se aplicará para efectuar el cálculo del precio de la Unidad Vitalicia (UV) será la rentabilidad histórica promedio del FCI de cada AFP de los últimos cinco (5) años.

Cada AFP tendrá un precio de Unidad Vitalicia (UV) diferente en función de la rentabilidad del FCI que administra dicha AFP y de la mortalidad del grupo que contrató MVV con la indicada Administradora.

**CAPITULO III**  
**TABLAS DE MORTALIDAD Y VALOR DE LA UNIDAD VITALICIA**  
**PARA LA MODALIDAD DE MENSUALIDAD VITALICIA VARIABLE**

**SEPTIMO.- (TABLAS DE MORTALIDAD PARA AFILIADOS).** Las Tablas de Mortalidad que se utilizarán para el cálculo de Capital Necesario Unitario (cnu) de Afiliados sin pensión de invalidez, son las aprobadas por el Comité de Normas Financieras de Prudencia mediante Acta de Aprobación SB/CONFIP/072/2002, que se adjuntan en el Anexo 2 de la presente Resolución Administrativa.

**OCTAVO.- (TABLAS DE MORTALIDAD PARA AFILIADOS INVALIDOS).** Para el cálculo de Capital Necesario Unitario (cnu) de Afiliados con invalidez total con dictamen del SSO se utilizarán las Tablas de Mortalidad aprobadas por el Comité de Normas Financieras Prudenciales mediante Acta de Aprobación SB/CONFIP/072/2002, que se adjuntan en el Anexo 3 de la presente Resolución Administrativa.

**NOVENO.- (PRECIO INICIAL DE LA UNIDAD VITALICIA).**- El precio inicial de la Unidad Vitalicia para la gestión 2002 será de Cien 00/100 Bolivianos (Bs. 100.-).

**Regístrese, comuníquese y cúmplase.**

**Dr. Pablo Gottret Valdés**  
**SUPERINTENDENTE DE PENSIONES,**  
**VALORES Y SEGUROS**

**NOTA: Por razones de espacio no se incluyen los anexos de referencia**

## CONVENCIONES Y ANOTACIONES

---

### 1. Probabilidades derivadas de la Tabla de Mortalidad

Ejemplo del contenido de una Tabla de mortalidad :

EDAD x	$l(x)$	$d(x)$
50	94958	456
51	94502	501
52	94001	551
.....	.....	.....

$l(x)$  se refiere a los sobrevivientes

$d(x)$  se refiere a las muertes

$$l(x+1) = l(x) - d(x)$$

$$l(x+2) = l(x+1) - d(x+1)$$

.....etc.

Con base en la información de la Tabla podemos obtener diversas probabilidades.

Probabilidad de sobrevivir un año, entre (x) y (x+1) =  $l(x+1) / l(x)$

Probabilidad de sobrevivir dos años, entre (x) y (x+2) =  $l(x+2) / l(x)$

Probabilidad de morir en un año, entre (x) y (x+1) =  $d(x) / l(x)$

Probabilidad de sobrevivir un año, a la edad (x), y morir en el siguiente:  
=  $\{l(x+1) / l(x)\} * \{d(x+1) / l(x+1)\}$

### 2. Valor presente de rentas vitalicias

Definimos:

$a(x)$  = Valor presente de una renta vitalicia anual de un dólar a favor de una persona de edad  
(x) = capital necesario unitario (cnu)

$$a(x) = v * \{l(x+1) / l(x)\} + v^2 * \{l(x+2) / l(x)\} + v^3 * \{l(x+3) / l(x)\} + \dots \text{etc (hasta el final de la Tabla)}$$

En esta fórmula:

$x$  = Edad del titular de la renta vitalicia  
 $v = 1/(1+i)$        $i$  = Interés técnico anual

Definimos también:

$$a(x) = \sum_{t=1} v^t * l(x+t) / l(x)$$

La suma es hasta el final de la Tabla ( $t=1,2,3,\dots$ )

El siguiente es el caso de una renta inmediata:

$$\ddot{a}(x) = 1 + a(x)$$

$a(x|y)$  = Valor presente de una renta vitalicia anual de un dólar a favor de una persona de edad (y) a partir del momento del fallecimiento de una persona de edad (x) = capital necesario unitario (cnu) de un derechohabiente de edad “y” al fallecimiento del afiliado de edad “x”

Para efectuar este cálculo es necesario incluir las probabilidades correspondientes y efectuar el descuento financiero.

$$\begin{aligned} a(x|y) = & \{d(x) / l(x)\} * v * \{l(y+1) / l(y)\} * \ddot{a}(y+1) \\ & + \{l(x+1) / l(x)\} \{d(x+1) / l(x+1)\} * v^2 * \{l(y+2) / l(y)\} * \ddot{a}(y+2) \\ & + \{l(x+2) / l(x)\} \{d(x+2) / l(x+2)\} * v^3 * \{l(y+3) / l(y)\} * \ddot{a}(y+3) \\ & + \dots \end{aligned}$$

Lo anterior se puede expresar de la siguiente forma:

$$a(x|y) = \sum_{t=0} \{d(x+t) / l(x)\} * v^{t+1} * \{l(y+t+1) / l(y)\} * \ddot{a}(y+t+1)$$

Por otra parte:

$$a(x|y) = a(y) - a(xy)$$

$$a(xy) = \sum_{t=0} \{l(x+t+1) / l(x)\} * \{l(y+t+1) / l(y)\} * v^{t+1}$$

La siguiente expresión se refiere al valor presente de una renta vitalicia pagadera hasta que muera la última de dos personas de edades (x) e (y):

$$a(x \overline{y}) = a(x) + a(y) - a(xy) = a(x) + a(x|y)$$

### 3. Rentas temporales

$a(n) =$  Valor presente de una renta anual cierta durante (n) años

$$a(n) = v + v^2 + v^3 + \dots + v^n$$

$$\ddot{a}(n) = 1 + v + v^2 + v^3 + \dots + v^{n-1}$$

$$\ddot{a}(n) = (1 - v^n) / (1 - v)$$

También :

$\ddot{a}^{(12)}(n) =$  Renta cierta durante (n) años, *pagadera mensualmente*

$$\ddot{a}^{(12)}(n) = 1 + vm + vm^2 + vm^3 + \dots + vm^{n*12-1}$$

$$\ddot{a}^{(12)}(n) = (1 - vm^{n*12}) / (1 - vm)$$

$$vm = 1 / (1 + im)$$

$$(1 + im) = (1 + i)^{1/12}$$

i = Interés técnico anual

### 4. Aproximación al tiempo promedio de duración de una renta

La duración promedio de una renta vitalicia a favor de una persona de edad (x), es equivalente a su "esperanza de vida". Es decir, al promedio de años que se espera pueda vivir en el futuro.

A partir de una Tabla de mortalidad, la formulación de la esperanza de vida es la siguiente:

$$e_x = \sum_{t=1}^{\infty} l(x+t) / l(x)$$

$$e_x = e_x^o + 1/2$$

En el siguiente cuadro se muestran algunos resultados utilizando la Tabla Colombiana de Rentistas vigente.

Sexo masculino		Sexo femenino	
Edad	$o e_x$	Edad	$o e_x$
30	47.2	30	48.8
40	37.8	40	39.3
50	28.7	50	30.2
60	20.5	60	21.8
70	13.7	70	14.6
80	8.6	80	9.1

Lo anterior significa que, por ejemplo, una persona de 60 años de edad, de sexo femenino, tiene en promedio 21.8 años más de vida.

Si ésta persona está recibiendo una pensión vitalicia, podemos decir que en promedio se pagarán 21.8 años más de pensión.

Dada la complejidad de los cálculos de probabilidades implícitos en el desarrollo de la formulación del valor presente del pasivo pensional de acuerdo con la Ley 1732 de 29 de noviembre de 1996, sobre pensiones, simplificaremos las expresiones finales utilizando la aproximación a la cual estamos haciendo referencia en los casos en los cuales el efecto de las diferencias sea mínimo.

En el cuadro No 1, ubicado al final del presente documento, se pueden observar las diferencias entre el cálculo que podemos llamar "exacto" y el cálculo "aproximado", para el sexo masculino. Utilizamos la Tabla Colombiana de Rentistas al 3.5 %

### 5. Fórmula general

**En términos generales:**

$$V_W(x) = 12 * a^{(12)}(x) + \sum \{d(x+t)/l(x)\} * v^{t+1} * [\vec{a}(t)]$$

$V_W(x)$  = **Valor presente de una renta vitalicia mensual de un dólar a favor de una persona de edad (x), y de las futuras prestaciones a favor de los Derechohabientes a partir de su fallecimiento = capital necesario unitario (cnu) del afiliado de edad “x” y de su grupo familiar.**

$[\vec{a}(t)]$  = Valor presente de las futuras prestaciones a favor de los Derechohabientes, en el año (t) {t=0,1,2,3...}.

$12 * a^{(12)}(x)$  = Valor presente de una renta vitalicia mensual de un dólar a favor de una persona de edad (x).

Mediante el desarrollo de la fórmula de Woolhouse, se obtiene la siguiente expresión:

$$a^{(12)}(x) \cong a(x) + 11/24$$

## FORMULACION DE CASOS A MANERA DE EJEMPLOS EXPLICATIVOS

---

El desarrollo de las fórmulas lo observaremos mediante el desarrollo de casos.

Suponemos en los ejemplos, una renta anual de un dólar.

### CASO(1)

#### EXISTE SOLAMENTE EL TITULAR (Sin Derechohabientes)

$\ddot{a}(x)$  = Valor presente de una renta anual vitalicia de un dólar (pagado al comienzo de cada año) a favor de una persona de edad (x)

$$\begin{aligned}\ddot{a}(x) = & 1 + \{l(x+1)/l(x)\} * v \\ & + \{l(x+2)/l(x)\} * v^2 \\ & + \{l(x+3)/l(x)\} * v^3 \\ & + \dots\dots(\text{hasta el final de la Tabla})\end{aligned}$$

En este ejemplo, cada año se tiene en cuenta la probabilidad de que el titular sobreviva.

### CASO(2)

#### SOLAMENTE EL TITULAR Y EL CONYUGE

El pasivo tiene dos componentes: el pasivo por concepto de la renta vitalicia a favor del titular (de edad (x) en este ejemplo) expresado en  $\ddot{a}(x)$  y el pasivo que se genera a la muerte del titular, por concepto de la renta vitalicia a favor del cónyuge (de edad (y) en este ejemplo, y con derecho al 80% de la pensión del titular), expresado en  $0.80 * \ddot{a}(x|y)$

$\ddot{a}(x)$  = Valor presente de una renta anual vitalicia de un dólar (pagado al comienzo de cada año) a favor del titular de edad (x)

$$\begin{aligned}\ddot{a}(x) = & 1 + \{l(x+1)/l(x)\} * v + \{l(x+2)/l(x)\} * v^2 \\ & + \{l(x+3)/l(x)\} * v^3 + \dots\dots(\text{hasta el final de la Tabla})\end{aligned}$$

$\ddot{a}(x|y)$  = Valor presente de una renta anual vitalicia de un dólar (pagado al comienzo de cada año) a favor del cónyuge de edad (y) a partir del fallecimiento del titular de edad (x)

$$\begin{aligned} \ddot{a}(x|y) = & \ddot{a}(y) + \{l(x)/l(x)\} * \{d(x)/l(x)\} * \{l(y+1)/l(y)\} * v * \ddot{a}(y+1) \\ & + \{l(x+1)/l(x)\} * \{d(x+1)/l(x+1)\} * \{l(y+2)/l(y)\} * v^2 * \ddot{a}(y+2) \\ & + \{l(x+2)/l(x)\} * \{d(x+2)/l(x+2)\} * \{l(y+3)/l(y)\} * v^3 * \ddot{a}(y+3) \\ & + \{l(x+3)/l(x)\} * \{d(x+3)/l(x+3)\} * \{l(y+4)/l(y)\} * v^4 * \ddot{a}(y+4) \\ & + \dots \text{(hasta el final de la Tabla)} \end{aligned}$$

Esta formulación incluye para cada año:

- a) La probabilidad de que (x) no haya fallecido al comienzo del año (t) y fallezca en ese año (t)

$$\{l(x+t)/l(x)\} * \{d(x+t)/l(x+t)\} = \{d(x+t)/l(x)\}$$

- b) La probabilidad de que (y) no haya fallecido al final del año (t)

$$\{l(y+t+1)/l(y)\}$$

- c) El descuento financiero y el valor presente de la renta vitalicia a favor de (y) que se causa cuando fallece (x)

$$v^{t+1} * \ddot{a}(y+t+1)$$

FORMULACION DEL CASO (2):

Valor presente =  $\ddot{a}(x)$

$$+ \sum_{t=0}^{\infty} \{d(x+t)/l(x)\} * \{l(y+t+1)/l(y)\} * v^{t+1} * 0.80 * \ddot{a}(y+t+1)$$

### CASO(3)

#### SOLAMENTE EL TITULAR, EL CONYUGE Y UN HIJO INVALIDO

El pasivo tiene dos componentes básicos: el pasivo por concepto de la renta vitalicia a favor del titular (de edad (x) en este ejemplo) y el pasivo que se genera a la muerte del titular, por concepto de la renta vitalicia a favor del cónyuge (de edad (y) en este ejemplo) y a favor del hijo inválido (de edad (z) en este ejemplo).

La pensión de los Derechohabientes (cónyuge e hijo) se distribuye de la siguiente forma:

El 80% si sobreviven los dos (cónyuge e hijo)  
 El 100% si sobrevive solamente el hijo.  
 El 80% si sobrevive solamente el cónyuge

FORMULACION :

$\text{Valor presente} = \ddot{a}(x) + \sum_{t=0}^{\infty} \{d(x+t) / l(x)\} * v^{t+1} * [\vec{a}(t)]$
--

$[\vec{a}(t)]$  debe incluir tres (3) posibilidades en cada año (t):

- a) La probabilidad de que sobrevivan cónyuge e hijo.
- b) La probabilidad de que sobreviva solamente el hijo.
- c) La probabilidad de que sobreviva solamente el cónyuge.

$$[\vec{a}(t)] = \{l(y+t+1) / l(y)\} * \{l(z+t+1) / l(z)\} * \delta(yz,t)$$

.....Probabilidad de que los dos sobrevivan .....

$$+ \{l(z+t+1) / l(z)\} * \{1 - l(y+t+1) / l(y)\} * \delta(z,t)$$

.....Probabilidad de que sobreviva (z) y no sobreviva (y).....

$$+ \{l(y+t+1) / l(y)\} * \{1 - l(z+t+1) / l(z)\} * \delta(y,t)$$

.....Probabilidad de que sobreviva (y) y no sobreviva (z).....

$$\delta(y,t) = 0.80 * \ddot{a}(y+t+1)$$

[Fallecido el titular y fallecido el hijo, el cónyuge tiene derecho a una renta vitalicia del 80% de la pensión del titular]

$$\delta(z,t) = 1.00 * \ddot{a}(z+t+1)$$

[Fallecido el titular y fallecido el cónyuge, el hijo invalido tiene derecho a una renta vitalicia del 100% de la pensión del titular]

En  $\delta(yz,t)$  se incorpora un colectivo interdependiente de dos personas (cónyuge e hijo). Por lo tanto en la formulación, para cada año (t) se debe incluir :

a ) .....  $0.80 * \ddot{a}((yz)+t+1)$

$\ddot{a}(yz)$  = Valor presente de una renta anual vitalicia de un dólar (pagado al comienzo de cada año) a favor del cónyuge de edad (y) y del hijo de edad (z), mientras los dos sobrevivan.

$$\begin{aligned} \ddot{a}(yz) = & 1 + \{l(y+1)/l(y)\} * \{l(z+1)/l(z)\} * v \\ & + \{l(y+2)/l(y)\} * \{l(z+2)/l(z)\} * v^2 \\ & + \{l(y+3)/l(y)\} * \{l(z+3)/l(z)\} * v^3 \\ & + \dots \text{(hasta el final de la Tabla)} \end{aligned}$$

b) .....  $1.00 * \ddot{a}(y+t+1|z+t+1)$

$\ddot{a}(y|z)$  = Valor presente de una renta anual vitalicia de un dólar (pagado al comienzo de cada año) a favor del hijo de edad (z) a partir del fallecimiento del cónyuge de edad (y)

$$\ddot{a}(y|z) = \sum_{t=0}^{\infty} \{d(y+t)/l(y)\} * \{l(z+t+1)/l(z)\} * v^{t+1} * \ddot{a}(z+t+1)$$

c) .....  $0.80 * \ddot{a}(z+t+1|y+t+1)$

$\ddot{a}(z|y)$  = Valor presente de una renta anual vitalicia de un dólar (pagado al comienzo de cada año (t+1)) a favor del cónyuge de edad (y) a partir del fallecimiento del hijo de edad (z)

**FORMULACION DEL CASO (3) :**

Valor presente =  $\ddot{a}(x) + \sum_{t=0}^{\infty} \{d(x+t)/l(x)\} * v^{t+1} * [\vec{a}(t)]$

$$[\vec{a}(t)] = \{l(y+t+1)/l(y)\} * \{l(z+t+1)/l(z)\} * \delta(yz,t) + \{l(z+t+1)/l(z)\} * \{1 - l(y+t+1)/l(y)\} * \delta(z,t) + \{l(y+t+1)/l(y)\} * \{1 - l(z+t+1)/l(z)\} * \delta(y,t)$$

$\delta(y,t) = 0.80 * \ddot{a}(y+t+1)$   
 $\delta(z,t) = 1.00 * \ddot{a}(z+t+1)$   
 $\delta(yz,t) = 0.80 * \ddot{a}((yz)+t+1) + 1.00 * \ddot{a}(y+t+1|z+t+1) + 0.80 * \ddot{a}(z+t+1|y+t+1)$

**CASO(4)**

**SOLAMENTE EL TITULAR, EL CONYUGE Y DOS HIJOS INVALIDOS**

El pasivo tiene dos componentes básicos: el pasivo por concepto de la renta vitalicia a favor del titular (de edad (x) en este ejemplo) y el pasivo que se genera a la muerte del titular, por concepto de la renta vitalicia a favor del cónyuge (de edad (y) en este ejemplo) y a favor de los dos hijos inválidos (de edades (z1 y z2) en este ejemplo).

La pensión de los Derechohabientes (cónyuge e hijos) se distribuye de la siguiente forma:

- El 100% si sobreviven todos (cónyuge e hijos)
- El 80% si sobreviven solamente el cónyuge y un hijo.
- El 100% si sobreviven solamente los dos hijos.
- El 100% si sobrevive solamente un hijo.
- El 80% si sobrevive solamente el cónyuge

FORMULACION :

$\text{Valor presente} = \ddot{a}(x) + \sum_{t=0}^{\infty} \{d(x+t) / l(x)\} * v^{t+1} * [\vec{a}(t)]$
--

$[\vec{a}(t)]$  debe incluir siete (7) posibilidades en cada año (t) :

- a) La probabilidad de que sobrevivan todos (cónyuge e hijos).
- b) La probabilidad de que sobrevivan solamente el cónyuge y el hijo de edad (z1).
- c) La probabilidad de que sobrevivan solamente el cónyuge y el hijo de edad (z2).
- d) La probabilidad de que sobrevivan solamente los dos hijos.
- e) La probabilidad de que sobreviva solamente el hijo de edad (z1).
- f) La probabilidad de que sobreviva solamente el hijo de edad (z2).
- g) La probabilidad de que sobreviva solamente el cónyuge.

$$[\vec{a}(t)] = \{l(y+t+1) / l(y)\} * \{l(z1+t+1) / l(z1)\} * \{l(z2+t+1) / l(z2)\} * \delta(a,t)$$

.....Probabilidad de que todos sobrevivan .....

$$+ \{l(y+t+1) / l(y)\} * \{l(z1+t+1) / l(z1)\} * \{1 - l(z2+t+1) / l(z2)\} * \delta(b,t)$$

..Probabilidad de que solamente sobrevivan (y) y (z1)...

$$+ \{l(y+t+1) / l(y)\} * \{l(z2+t+1) / l(z2)\} * \{1 - l(z1+t+1) / l(z1)\} * \delta(c,t)$$

...Probabilidad de que solamente sobrevivan (y) y (z2)...

- +  $\{l(z1+t+1)/l(z1)\} * \{l(z2+t+1)/l(z2)\} * \{1 - l(y+t+1)/l(y)\} * \delta(d,t)$   
 ..Probabilidad de que solamente sobrevivan (z1) y (z2)...
- +  $\{l(z1+t+1)/l(z1)\} * \{1 - l(z2+t+1)/l(z2)\} * \{1 - l(y+t+1)/l(y)\} * \delta(e,t)$   
 .....Probabilidad de que solamente sobreviva (z1).....
- +  $\{l(z2+t+1)/l(z2)\} * \{1 - l(z1+t+1)/l(z1)\} * \{1 - l(y+t+1)/l(y)\} * \delta(f,t)$   
 .....Probabilidad de que solamente sobreviva (z2).....
- +  $\{l(y+t+1)/l(y)\} * \{1 - l(z1+t+1)/l(z1)\} * \{1 - l(z2+t+1)/l(z2)\} * \delta(g,t)$   
 .....Probabilidad de que solamente sobreviva (y).....

$$\delta(g,t) = 0.80 * \ddot{a}(y+t+1)$$

[Fallecido el titular y fallecidos los hijos, el cónyuge tiene derecho a una renta vitalicia del 80% de la pensión del titular]

$$\delta(f,t) = 1.00 * \ddot{a}(z2+t+1)$$

[Fallecido el titular, fallecido el cónyuge y el hijo (z1), el hijo invalido(z2) tiene derecho a una renta vitalicia del 100% de la pensión del titular]

$$\delta(e,t) = 1.00 * \ddot{a}(z1+t+1)$$

[Fallecido el titular, fallecido el cónyuge y el hijo (z2), el hijo invalido(z1) tiene derecho a una renta vitalicia del 100% de la pensión del titular]

En  $\delta(b,t)$ ,  $\delta(c,t)$  y  $\delta(d,t)$  se incorpora (en cada uno) un colectivo interdependiente de dos personas. Por lo tanto en la formulación, para cada año (t) se debe incluir para cada colectivo:

a) .....  $0.80 * \ddot{a}(yz)+t+1)$

$\ddot{a}((yz)+t+1)$  = Valor presente de una renta anual vitalicia de un dólar (pagado al comienzo de cada año) a favor del colectivo de una persona de edad (y+t+1) y de otra de edad (z+t+1), mientras los dos sobrevivan.

$$\begin{aligned} \ddot{a}((yz)+t+1) = & 1 + \{l(y+t+1)/l(y+t)\} * \{l(z+t+1)/l(z+t)\} * v \\ & + \{l(y+t+2)/l(y+t)\} * \{l(z+t+2)/l(z+t)\} * v^2 \\ & + \{l(y+t+3)/l(y+t)\} * \{l(z+t+3)/l(z+t)\} * v^3 \\ & + \dots\dots(\text{hasta el final de la Tabla}) \end{aligned}$$

b) .....  $1.00 * \ddot{a}(y+t+1|z+t+1)$

$\ddot{a}(y+t+1|z+t+1)$  = Valor presente de una renta anual vitalicia de un dólar (pagado al comienzo de cada año (t+1)) a favor de una persona de edad (z+t+1) a partir del fallecimiento de otra de edad (y+t+1)

$$\ddot{a}(y+t+1|z+t+1) = \sum_{t=0}^{\infty} \{d(y+t) / l(y)\} * \{l(z+t+1) / l(z)\} * v^{t+1} * \ddot{a}(z+t+1)$$

c) .....  $0.80 * \ddot{a}(z+t+1|y+t+1)$

$\ddot{a}(z+t+1|y+t+1)$  = Valor presente de una renta anual vitalicia de un dólar (pagado al comienzo de cada año (t+1)) a favor de una persona de edad (y+t+1) a partir del fallecimiento de otra de edad (z+t+1)

En  $\delta(a,t)$  se incorpora un colectivo interdependiente de tres personas. Por lo tanto en la formulación, para cada año (t) se debe incluir para cada colectivo las diversas posibilidades siguiendo el procedimiento que se ha desarrollado en todos los casos anteriores.

La cantidad de combinaciones posibles hace necesario utilizar fórmulas de aproximación, si se tiene en cuenta que no se han evaluado las combinaciones posibles incorporando Derechohabientes del Grupo(2) {Padre, madre, hermanos} y del Grupo(3) {Libre con máximo del 60% de la pensión base}.

## APROXIMACIONES BASICAS

---

- a) Para los Derechohabientes con derecho a una renta temporal (hijos no inválidos menores de edad), su renta se considera como "renta cierta". Es decir se supone una sobrevivencia del 100% durante el periodo de la renta.
- b) La mortalidad de personas menores de 15 años con derecho a renta vitalicia, se considera equivalente a la mortalidad de persona de 15 años.
- c) Para los Derechohabientes del Grupo(2) {Padre, madre y hermanos} y del Grupo(3) {libre} se asumió la siguiente aproximación:

$$a(y|z) \cong 13 * e^{\overset{o}{m}} * \left[ \left\{ \frac{d(y+t)}{l(y)} \right\} * \left\{ \frac{l(z+t+1)}{l(z)} \right\} * \ddot{a}(z+t+1) * \text{Fac}(z+t+1) \right. \\ \left. + \left\{ \frac{d(y+t+e(m))}{l(y)} \right\} * \left\{ \frac{l(z+t+1+e^{\overset{o}{m}})}{l(z)} \right\} * v^{\overset{o}{e(m)}} * \ddot{a}(z+t+1+e^{\overset{o}{m}}) * \text{Fac}(y+t+1) \right]$$

$$e^{\overset{o}{m}} = \text{Mínimo} [ e^{\overset{o}{y+t+1}}, e^{\overset{o}{z+t+1}} ]$$

$e^{\overset{o}{m}}$  = Esperanza de vida completa, de una persona con edad (m)

$$\text{Fac}(z+t+1) = \left[ \frac{e^{\overset{o}{z+t+1}}}{e^{\overset{o}{z+t+1}} + e^{\overset{o}{y+t+1}}} \right] * 1.1$$

$$\text{Fac}(y+t+1) = [1 - \text{Fac}(z+t+1)] * 1.1$$

Con el factor (13) se incorporan las trece (13) mesadas por año de pensión.

- d) En el cálculo del valor presente de las futuras rentas, para los Grupos(2) y (3) se utilizó la expresión ...

$$a(y|z) \cong 13 * e^{\overset{o}{m}} * \left[ \left\{ \frac{d(y+t)}{l(y)} \right\} * \left\{ \frac{l(z+t+1)}{l(z)} \right\} * \ddot{a}(z+t+1) * \text{Fac}(z+t+1) \right. \\ \left. + \left\{ \frac{d(y+t+e^{\overset{o}{m}})}{l(y)} \right\} * \left\{ \frac{l(z+t+1+e^{\overset{o}{m}})}{l(z)} \right\} * v^{e^{\overset{o}{m}}} * \ddot{a}(z+t+1+e^{\overset{o}{m}}) * \text{Fac}(y+t+1) \right]$$

En esta expresión la edad (z) corresponde a la edad del Derechohabiente, y la edad (y) es la edad de la persona del Grupo anterior que en el momento del cálculo tiene una mayor esperanza de vida. Si no existen personas en el Grupo anterior se estima para (y) una esperanza de vida de un (1) año.

## FORMULACION PARA LA LEY DE PENSIONES (puede haber Derechohabientes en todos los Grupos)

### A) CUANDO EL TITULAR DE LA PENSION ES UN JUBILADO

$$Vw(x) = 13 * a^{(12)}(x) + \int_{t=0}^{\infty} \{d(x+t)/l(x)\} * v^{t+1} * [\vec{a}(t)]$$

Se utiliza el factor (13) teniendo en cuenta que en un año se deben reconocer trece (13) mesadas, según lo dispone el Decreto 24469 de 22 de enero de 1997 en su artículo 2

La aproximación inherente a la utilización del factor (13) en la formulación implica asumir que el flujo de contratos a lo largo de 12 meses es uniforme (la mesada adicional correspondiente al aguinaldo se paga en diciembre).

$$[\vec{a}(t)] = [G1y](t) + [G1z1](t), [G1z2](t) \\ + [G2a](t) + [G2b](t) + [G2c](t) + [G2d](t) \\ + [G3e](t) + [G3f](t)$$

#### Del Grupo(1) corresponde:

- [G1y](t) Al cónyuge supérstite con derecho a renta vitalicia
- [G1z1](t) Al hijo inválido de menor edad con derecho a renta vitalicia
- [G1z2](t) Al hijo de menor edad con derecho a renta temporal

#### Del Grupo(2) corresponde:

- [G2a](t) Al Padre con derecho a renta vitalicia
- [G2b](t) A la Madre con derecho a renta vitalicia
- [G2c](t) Al hermano inválido de menor edad con derecho a renta vitalicia
- [G2d](t) Al hermano de menor edad con derecho a renta temporal

#### Del Grupo(3) corresponde:

- [G3e](t) Al hombre de menor edad con derecho a renta vitalicia
- [G3f](t) A la mujer de menor edad con derecho a renta vitalicia

### A.1 DERECHOHABIENTES DEL GRUPO(1)

En la presente formulación se efectúa el cálculo para los siguientes derechohabientes:

- a) El cónyuge
- b) El hijo inválido de menor edad
- c) El hijo no inválido de menor edad.

**Formulación para el cónyuge:**

$$[G1y](t) = F_{py} * 13 * \{l(y+t+1) / l(y)\} * \ddot{a}^{(12)}(y+t+1) \quad \{t=0,1,2,\dots\}$$

**Para el hijo inválido de menor edad:**

$$[G1z1](t) = F_{pz1} * 13 * \{l(z1+t+1) / l(y)\} * Q(z1+t+1) * \ddot{a}^{(12)}(z1+t+1) \quad \{t=0,1,2,\dots\}$$

**Para el hijo no inválido de menor edad:**

$$[G1z2](t) = F_{pz2} * 13 * Q(z2+t+1) * \ddot{a}^{(12)}(e^{\overset{o}{z2+t+1}}) \quad \{t=0,1,2,\dots\}$$

$$Q(y1a+t+1) = 1 - \{l(y1a+t+1) / l(y1a)\}$$

$\ddot{a}^{(12)}(\hat{e}(x))$  es una renta cierta para Derechohabientes temporales

Para Derechohabientes temporales:  $e^{\overset{o}{x}} = 25 - x$

- Factores para el Cónyuge:

$F_{py} = 0.0$  .... cuando no hay cónyuge

$F_{py} = 0.6$  .... cuando hay cónyuge y solamente un (1) hijo

$F_{py} = 0.8$  .... cuando solamente hay cónyuge

$F_{py} = 0.5$  .... cuando hay más de un hijo.

$F_{py} = 0.8$  .... cuando en el tiempo, el valor  $[G1z1](t)$  y  $[G1z2](t)$  de los hijos es cero.

- Factores para el hijo inválido.

$F_{pz1} = 0.0$  ..... cuando no hay hijo inválido

$F_{pz1} = 0.2$  ..... cuando hay cónyuge

$F_{pz1} = 1.0$  ..... cuando no hay cónyuge

$F_{pz1} = 0.5/n$  .. cuando hay cónyuge y n hijos

- Factores para el hijo válido.

Fpz2 = 0.0 ..... cuando no hay hijo válido (no inválido)

Fpz2 = 0.2 ..... cuando hay cónyuge

Fpz2 = 1.0 ..... cuando no hay cónyuge

Fpz2 = 0.5/n .. cuando hay cónyuge y n hijos

**OBSERVACIONES :**

- Solamente para el primer grado el factor (Fp) puede variar con el tiempo.
- Cuando no exista un Derechohabiente, el factor (Fp) correspondiente debe ser cero (0).

NOTA: El Decreto reglamentario 24469 de 1997 establece en su artículo 16 ordinal (f) que "Si el contrato no incluyera a los Derechohabientes de Primer Grado y éstos se presentasen dentro de los doce (12) meses establecidos en este reglamento, la AFP o Entidad Aseguradora deberá recalcular la Pensión para incluir a estos Derechohabientes."

**A.2 DERECHOHABIENTES DE LOS GRUPOS (2) Y (3)**

**En la presente formulación se efectúa el cálculo para los siguientes Derechohabientes del Grupo(2):**

- El padre**
- La madre**
- El hermano inválido de menor edad**
- El hermano no inválido de menor edad**

**En la presente formulación se efectúa el cálculo para los siguientes Derechohabientes del Grupo(3):**

- El Beneficiario de renta vitalicia, hombre, de menor edad**
- El Beneficiario de renta vitalicia, mujer, de menor edad**

Expresión general:

$$Vw(x) = 13 * a^{(12)}(x) + \int_{t=0}^{\infty} \{d(x+t)/ l(x)\} * v^{t+1} * [\vec{a}(t)]$$

$$[\vec{a}(t)] = [G1a](t) + \text{Máximo}\{[G1b](t), [G1c](t)\} \\ + [G2a](t) + [G2b](t) + [G2c](t) + [G2d](t) \\ + [G3e](t) + [G3f](t)$$

Utilizamos la siguiente formulación aplicable a los Derechohabientes del Grupo(2) y del Grupo (3) exclusivamente.

$$\begin{aligned}
 [G\#b](t) &= Fp\#b * 13 * 1.1 * e_m^o * \left[ \left( \frac{d(y+t)}{l(y)} \right)^* \left( \frac{l(z+t+1)}{l(z)} \right)^* \right. \\
 &\quad \left. \ddot{a}^{(12)}(z+t+1) * \text{Fac}(z+t+1) + \left( \frac{d(y+t+e_m^o)}{l(y)} \right)^* \left( \frac{l(z+t+1+e_m^o)}{l(z)} \right)^* v^{e_m^o} * \right. \\
 &\quad \left. \ddot{a}^{(12)}(z+t+1+e_m^o) * \text{Fac}(y+t+1) \right]
 \end{aligned}$$

# se aplica a (2) y (3) de los Grupos(2) y (3)

**b** se aplica a los diversos Derechohabientes (a,b,c,d,e,f)

Por ejemplo (Fp2b) se refiere al derechohabiente (b) del Grupo(2), es decir, a la madre.

$$e_m^o = \text{Mínimo}[ e_{y+t+1}^o, e_{z+t+1}^o ]$$

$e_m^o$  = Esperanza de vida completa, de una persona con edad (m)

$$\text{Fac}(z+t+1) = \left[ \frac{e_{z+t+1}^o}{e_{z+t+1}^o + e_{y+t+1}^o} \right] * 1.1$$

$$\text{Fac}(y+t+1) = [1 - \text{Fac}(z+t+1)] * 1.1$$

Al comienzo de la expresión  $[G\#b](t) = Fp\#b * 13 * \dots$  se incorporan las trece (13) mesadas por año de pensión.

Fp2a = 0.20 ..... se refiere al padre

Fp2b = 0.20 ..... se refiere a la madre

Fp2c = 0.10 ..... se refiere al hermano inválido de menor edad

Fp2d = 0.10 ..... se refiere al hermano no inválido de menor edad

Fp3e, Fp3f ..... son libres y no deben totalizar más de cero punto sesenta (0.60)

### A.3 GASTOS FUNERARIOS

La ley de pensiones NO 1732 de 1996 en su artículo 12, establece que " La prestación por gastos funerarios consiste en el pago por una sola vez de un mil cien Bolivianos (Bs 1100) con mantenimiento de valor respecto al dólar estadounidense, en favor de la persona que acredite haber efectuado el pago de los gastos funerarios del afiliado."

Definimos ...  $Vf(x)$  = Capital necesario para cubrir vitaliciamente la prestación de gastos funerarios a una persona de edad  $(x)$

$$Vf(x) = \text{Monto del Gasto} * A(x)$$

El "Monto del Gasto" es el valor actualizado del monto de la prestación de acuerdo con lo establecido en la ley de pensiones.

$$A(x) = M(x)/D(x) \quad M(x) = \sum_{t=0}^{\infty} C(x+t) \quad C(x+t) = d(x+t) * v^{t+1}$$

$$D(x) = l(x) * v^x$$

Nota: En forma alternativa, la prima neta única se puede evaluar sin necesidad de las conmutaciones M, C y D, de la siguiente forma:

$$A_x = \sum_{t=0}^{w-x-1} {}_t p_x * q_{x+t} * v^{t+1}$$

## **B) CUANDO EL TITULAR DE LA PENSION ES UNO O VARIOS DERECHOHABIENTES.**

En la presente formulación, se asume en este caso (para realizar los cálculos) que el titular de la pensión es una persona con edad límite de 110 años.

Por otra parte, es indispensable referirse a la Pensión Base. Se debe calcular la Pensión Base de acuerdo con la clasificación de los Derechohabientes y las normas legales. Por ejemplo, si la madre es Derechohabiente titular de una pensión, la norma legal establece que es beneficiaria del 20% de la Pensión Base del causante. Es decir, la Pensión Base en este caso es igual a la pensión de la madre Derechohabiente multiplicada por cinco ( $5=1/0.20$ )

Conocida la Pensión Base, las Unidades Vitalicias calculadas según la presente formulación se refieren a la unidad de Pensión Base del causante.

## **OTROS FACTORES SOBRE LAS RENTAS VITALICIAS**

### **A) PERIODOS GARANTIZADOS**

A partir del momento en que se define la pensión a que tiene derecho el pensionado de acuerdo con su capital acumulado, por efecto de la opción del periodo garantizado se debe proceder a descontar mensualmente de su cuenta individual el valor de la pensión pagada al titular y a sus Derechohabientes si fuera el caso. Al final del período se debe efectuar el cálculo de la pensión de acuerdo con el saldo de su cuenta.

Durante este período garantizado la renta no es variable y por lo tanto no está sujeta al resultado de la mortalidad.

### **B) SOBRE LOS PARAMETROS BASICOS DE LA FORMULACION**

#### 1) La Tabla de mortalidad

El efecto de la Tabla de mortalidad es desde luego un aspecto que debe tenerse en cuenta con el fin de establecer directrices que garanticen la solvencia y el adecuado funcionamiento del sistema.

Debe utilizarse una Tabla elaborada para afiliados. Esta Tabla difiere de la Tabla para asegurados y de la Tabla para la población en general.

Se sugiere que una vez definida la Tabla de Afiliados, ésta se considere de obligatoria utilización. Las excepciones deben ser debidamente comprobadas mediante una evaluación actuarial.

## 2) La formulación.

Al ser tan compleja la formulación, ésta debe ser evaluada de acuerdo con los resultados que se obtengan para diversos escenarios posibles.

Se sugiere que a partir de los resultados obtenidos mediante la aplicación que se incorpora al presente estudio, se defina un rango no mayor del 15% de desviación como aceptable, para estudios alternativos presentados por empresas de la industria.

## Anexo 2

Hombres					Mujeres				
Edad	q(x)	l(x)	d(x)	Exp. de Vida	Edad	q(x)	l(x)	d(x)	Exp. de Vida
15	1.136820	100000.000000	113.682015	59.211260	15	0.940538	100000.000000	94.053800	64.59018
16	1.168173	99886.317985	116.684481	58.278080	16	0.962691	99905.946200	96.178527	63.65051
17	1.201627	99769.633504	119.885874	57.345653	17	0.986161	99809.767673	98.428518	62.71137
18	1.237374	99649.747630	123.303989	56.414043	18	1.011106	99711.339155	100.818762	61.77278
19	1.275618	99526.443641	126.957676	55.483315	19	1.037610	99610.520393	103.356846	60.83479
20	1.316538	99399.485965	130.863243	54.553542	20	1.065844	99507.163547	106.059142	59.89746
21	1.346819	99268.622722	133.696837	53.624800	21	1.095891	99401.104405	108.932778	58.96084
22	1.407462	99134.925884	139.528657	52.696446	22	1.139951	99292.171627	113.188180	58.02498
23	1.457977	98995.397227	144.333023	51.770014	23	1.150006	99178.983447	114.056476	57.09063
24	1.512252	98851.064204	149.487692	50.844873	24	1.198814	99064.926972	118.760393	56.15578
25	1.570630	98701.576512	155.023695	49.921123	25	1.237954	98946.166579	122.490781	55.22258
26	1.633441	98546.552818	160.969983	48.998867	26	1.279889	98823.675799	126.483359	54.29041
27	1.701119	98385.582835	167.365609	48.078217	27	1.324838	98697.192439	130.757839	53.35934
28	1.774090	98218.217226	174.247967	47.159291	28	1.373073	98566.434601	135.338923	52.42947
29	1.852767	98043.969260	181.652610	46.242216	29	1.424864	98431.095678	140.250928	51.50087
30	1.937749	97862.316650	189.632643	45.327123	30	1.480541	98290.844750	145.523609	50.57364
31	2.029525	97672.684007	198.229201	44.414155	31	1.540416	98145.321141	151.184624	49.64789
32	2.107449	97474.454805	205.422438	43.503461	32	1.604907	97994.136517	157.271496	48.72371
33	2.236050	97269.032367	217.498446	42.594280	33	1.674378	97836.865022	163.815934	47.80123
34	2.352213	97051.533921	228.285922	41.688616	34	1.749285	97673.049087	170.857989	46.88056
35	2.477983	96823.247999	239.926380	40.785729	35	1.830116	97502.191098	178.440337	45.96184
36	2.614255	96583.321619	252.493415	39.885804	36	1.917399	97323.750761	186.608472	45.04519
37	2.761999	96330.828204	266.065611	38.989039	37	2.011701	97137.142289	195.410902	44.13077
38	2.922267	96064.762594	280.726863	38.095640	38	2.113681	96941.731387	204.903888	43.21872
39	3.096121	95784.035731	296.558922	37.205826	39	2.223978	96736.827499	215.140565	42.30920
40	3.284879	95487.476808	313.664829	36.319825	40	2.343404	96521.686933	226.189352	41.40239
41	3.454994	95173.811980	328.824974	35.437877	41	2.472740	96295.497581	238.113744	40.49847
42	3.712604	94844.987006	352.121845	34.559005	42	2.612905	96057.383837	250.988815	39.59762
43	3.954731	94492.865161	373.693842	33.685924	43	2.764896	95806.395022	264.894729	38.70004
44	4.217907	94119.171318	396.985868	32.817687	44	2.929716	95541.500293	279.909425	37.80596
45	4.504227	93722.185450	422.146005	31.954577	45	3.108642	95261.590868	296.134190	36.91557
46	4.815694	93300.039445	449.304425	31.096897	46	3.302843	94965.456678	313.655963	36.02913
47	5.154695	92850.735020	478.617215	30.244955	47	3.513844	94651.800716	332.591690	35.14686
48	5.523709	92372.117804	510.236739	29.399075	48	3.743076	94319.209025	353.043986	34.26904
49	5.866339	91861.881065	538.892896	28.559592	49	3.992246	93966.165039	375.136073	33.39591
50	6.392354	91322.988169	583.768865	27.725171	50	4.263219	93591.028966	398.999040	32.52777
51	6.809977	90739.219304	617.932015	26.900323	51	4.557935	93192.029926	424.763252	31.66489
52	7.359748	90121.287289	663.269928	26.081342	52	4.878583	92767.266674	452.572819	30.80759
53	7.926047	89458.017361	709.048455	25.271010	53	5.227589	92314.693855	482.583288	29.95617
54	8.457935	88748.968907	750.633000	24.468914	54	5.607543	91832.110567	514.952529	29.11097
55	9.216420	87998.335907	811.029628	23.673371	55	6.021284	91317.158037	549.846527	28.27231
56	9.950341	87187.306278	867.543441	22.888933	56	6.471961	90767.311510	587.442505	27.44055
57	10.699783	86319.762838	923.602721	22.113950	57	6.962883	90179.869006	627.911846	26.61604
58	11.623687	85396.160117	992.618229	21.347716	58	7.497875	89551.957159	671.449405	25.79916
59	12.512028	84403.541888	1056.059490	20.592893	59	8.109329	88880.507754	720.761246	24.99028
60	13.614843	83347.482398	1134.762869	19.847481	60	8.686818	88159.746508	765.827659	24.19051

61	14.667494	82212.719529	1205.854562	19.114530	61	9.409312	87393.918849	822.316629	23.39811
62	15.984768	81006.864967	1294.875937	18.391623	62	10.164787	86571.602220	879.981897	22.61561
63	17.231626	79711.989030	1373.567216	17.682262	63	10.988583	85691.620323	941.629459	21.84272
64	18.806270	78338.421814	1473.253518	16.983532	64	11.887112	84749.990864	1007.432613	21.07985
65	20.349394	76865.168296	1564.159566	16.299467	65	12.867100	83742.558250	1077.523868	20.32743
66	22.093827	75301.008730	1663.687467	15.627655	66	13.936057	82665.034383	1152.024590	19.58587
67	23.996724	73637.321263	1767.054511	14.969434	67	15.102152	81513.009793	1231.021864	18.85561
68	26.072508	71870.266752	1873.838132	14.325190	68	16.374171	80281.987928	1314.550980	18.13707
69	28.336373	69996.428620	1983.444881	13.695297	69	17.761957	78967.436948	1402.616251	17.43067
70	30.805334	68012.983739	2095.162664	13.080108	70	19.275827	77564.820697	1495.126092	16.73683
71	33.497647	65917.821075	2208.091924	12.479960	71	20.927373	76069.694605	1591.938869	16.05596
72	36.432786	63709.729151	2321.122920	11.895169	72	22.729033	74477.755736	1692.807372	15.38847
73	39.632418	61388.606231	2432.978878	11.326024	73	24.694347	72784.948364	1797.376796	14.73474
74	43.119280	58955.627354	2542.124208	10.772792	74	26.837978	70987.571568	1905.162910	14.09516
75	46.918545	56413.503146	2646.839493	10.235708	75	29.175940	69082.408658	2015.544216	13.47009
76	51.056758	53766.663653	2745.151559	9.714980	76	31.725635	67066.864442	2127.738843	12.85987
77	55.562838	51021.512094	2834.900005	9.210781	77	34.505638	64939.125600	2240.765964	12.26485
78	60.467787	48186.612089	2913.737777	8.723251	78	37.536324	62698.359636	2353.465923	11.68531
79	65.804744	45272.874312	2979.169914	8.252495	79	40.839839	60344.893713	2464.475717	11.12154
80	71.608898	42293.704398	3028.605558	7.798581	80	44.525895	57880.417996	2577.177404	10.57379
81	77.918460	39265.098840	3059.476034	7.361537	81	48.266674	55303.240592	2669.303478	10.04324
82	84.773221	36205.622806	3069.267280	6.941356	82	52.632833	52633.937114	2770.273210	9.52722
83	92.216016	33136.355526	3055.702701	6.537989	83	57.283362	49863.663904	2856.358293	9.02874
84	100.291468	30080.652825	3016.832823	6.151350	84	62.344770	47007.305612	2930.659667	8.54699
85	109.143933	27063.820002	2953.851746	5.781312	85	67.850965	44076.645945	2990.642963	8.08203
86	118.405833	24109.968255	2854.760882	5.428356	86	73.838658	41086.002982	3033.735338	7.63393
87	128.731694	21255.207374	2736.218846	5.090278	87	80.345964	38052.267645	3057.346133	7.20266
88	139.908574	18518.988527	2590.965268	4.768501	88	87.414492	34994.921512	3059.063297	6.78826
89	151.993746	15928.023259	2420.959918	4.462845	89	95.087292	31935.858215	3036.694276	6.39060
90	164.818404	13507.063341	2226.212622	4.173132	90	103.410696	28899.163939	2988.482653	6.00958
91	178.750000	11280.850719	2016.452066	3.898004	91	112.432243	25910.681286	2913.196009	5.64505
92	193.736761	9264.398653	1794.854591	3.637600	92	122.203014	22997.485277	2810.362008	5.29679
93	209.831751	7469.544062	1567.347507	3.391533	93	132.774334	20187.123269	2680.331844	4.96458
94	227.087619	5902.196555	1340.315763	3.159389	94	144.200868	17506.791426	2524.494523	4.64812
95	245.551802	4561.880793	1120.178047	2.940738	95	156.537653	14982.296903	2345.293589	4.34707
96	265.267414	3441.702745	912.971587	2.735130	96	169.840967	12637.003314	2146.280860	4.06105
97	286.270752	2528.731158	723.901769	2.542100	97	184.166930	10490.722454	1932.044147	3.78960
98	308.588806	1804.829389	556.950146	2.361169	98	199.572677	8558.678306	1708.078340	3.53220
99	332.239108	1247.879243	414.594286	2.191841	99	215.994727	6850.599966	1479.693471	3.28823
100	357.226203	833.284957	297.671222	2.033603	100	234.005532	5370.906495	1256.821831	3.05639
101	383.538203	535.613735	205.428330	1.885914	101	252.816853	4114.084664	1040.109938	2.83735
102	411.148769	330.185406	135.755323	1.748175	102	273.084885	3073.974726	839.456036	2.62822
103	440.011763	194.430083	85.551523	1.619678	103	294.702924	2234.518690	658.519193	2.42774
104	470.068064	108.878559	51.180333	1.499467	104	317.736242	1575.999498	500.752158	2.23324
105	501.253299	57.698226	28.921426	1.386029	105	342.280512	1075.247339	368.036210	2.04043
106	533.532333	28.776800	15.353353	1.276511	106	368.517213	707.211129	260.619474	1.84207
107	567.025057	13.423447	7.611431	1.164662	107	396.884523	446.591655	177.245316	1.62528
108	602.509714	5.812016	3.501796	1.035105	108	428.759377	269.346339	115.484768	1.36578
109	653.791000	2.310220	1.510401	0.846209	109	484.383000	153.861570	74.527929	1.01561
110	1000.000000	0.799819	0.799819	0.500000	110	1000.000000	79.333641	79.333641	0.50000
111		0.000000	0.000000		111	0.000000	0.000000	0.000000	

### Anexo 3

TABLAS DE MORTALIDAD PARA AFILIADOS INVALIDOS									
(AL 95%)									
Hombres					Mujeres				
Edad	q(x)	l(x)	d(x)	Exp. de Vida	Edad	q(x)	l(x)	d(x)	E xp. de Vida
15	11.823359	100000.000000	1182.335878	41.702692	15	8.972913	100000.000000	897.291278	46.327579
16	11.906985	98817.664122	1176.620442	41.195675	16	9.022282	99102.708722	894.132551	45.742509
17	11.973352	97641.043680	1169.090624	40.686077	17	9.074581	98208.576171	891.201696	45.154416
18	12.043791	96471.953056	1161.888015	40.173070	18	9.129996	97317.374475	888.507227	44.563347
19	12.118585	95310.065041	1155.023105	39.656709	19	9.188721	96428.867248	886.057924	43.969352
20	12.198009	94155.041936	1148.504084	39.137054	20	9.251007	95542.809324	883.867231	43.372484
21	12.282431	93006.537852	1142.346425	38.614169	21	9.317052	94658.942093	881.942306	42.772801
22	12.372134	91864.191427	1136.556090	38.088125	22	9.387158	93776.999787	880.299477	42.170363
23	12.467470	90727.635337	1131.144039	37.558996	23	9.461524	92896.700310	878.944341	41.565236
24	12.568838	89596.491298	1126.123774	37.026861	24	9.540509	92017.755969	877.896265	40.957487
25	12.676635	88470.367524	1121.506526	36.491805	25	9.624371	91139.859704	877.163835	40.347190
26	12.791335	87348.860998	1117.308512	35.953918	26	9.713457	90262.695869	876.762842	39.734421
27	12.913357	86231.552486	1113.538841	35.413297	27	9.808138	89385.933027	876.709572	39.119261
28	13.043205	85118.013646	1110.211698	34.870043	28	9.908756	88509.223455	877.016271	38.501796
29	13.181441	84007.801948	1107.343866	34.324263	29	10.015701	87632.207184	877.698021	37.882115
30	13.328575	82900.458081	1104.945000	33.776071	30	10.129446	86754.509163	878.775118	37.260311
31	13.485272	81795.513081	1103.034748	33.225585	31	10.250465	85875.734046	880.266180	36.636483
32	13.652147	80692.478333	1101.625558	32.672931	32	10.379155	84995.467866	882.181126	36.010735
33	13.829949	79590.852775	1100.737439	32.118240	33	10.516167	84113.286740	884.549409	35.383172
34	14.019322	78490.115336	1100.378223	31.561651	34	10.661913	83228.737332	887.377530	34.753908
35	14.221147	77389.737113	1100.570792	31.003306	35	10.817152	82341.359801	890.699028	34.123056
36	14.436233	76289.166321	1101.328155	30.443356	36	10.982436	81450.660773	894.526651	33.490739
37	14.665516	75187.838166	1102.668417	29.881957	37	11.158446	80556.134122	898.881240	32.857081
38	14.909897	74085.169749	1104.602213	29.319272	38	11.345947	79657.252882	903.786984	32.222210
39	15.170515	72980.567536	1107.152761	28.755468	39	11.545702	78753.465898	909.264087	31.586259
40	15.448382	71873.414775	1110.327998	28.190721	40	11.758598	77844.201811	915.338690	30.949364
41	15.744697	70763.086777	1114.143376	27.625210	41	11.985494	76928.863120	922.030422	30.311666
42	16.060857	69648.943402	1118.621691	27.059120	42	12.227320	76006.832698	929.359897	29.673308
43	16.397993	68530.321711	1123.759730	26.492645	43	12.485223	75077.472801	937.359014	29.034435
44	16.757748	67406.561981	1129.582175	25.925978	44	12.760166	74140.113787	946.040134	28.395198
45	17.141543	66276.979806	1136.089680	25.359322	45	13.053446	73194.073652	955.434872	27.755746
46	17.551113	65140.890126	1143.295119	24.792881	46	13.366220	72238.638781	965.557563	27.116233
47	17.988173	63997.595007	1151.199837	24.226865	47	13.699939	71273.081217	976.436884	26.476811
48	18.454665	62846.395170	1159.809191	23.661486	48	14.055994	70296.644333	988.089228	25.837635
49	18.952523	61686.585979	1169.116452	23.096960	49	14.435949	69308.555105	1000.534752	25.198858
50	19.483979	60517.469527	1179.121106	22.533503	50	14.841478	68308.020354	1013.791967	24.560632
51	20.051369	59338.348421	1189.815149	21.971334	51	15.274381	67294.228387	1027.877699	23.923107
52	20.657055	58148.533272	1201.177435	21.410673	52	15.736473	66266.350688	1042.798608	23.286430
53	21.303797	56947.355837	1213.194895	20.851737	53	16.229887	65223.552080	1058.570903	22.650741

54	21.994320	55734.160942	1225.834995	20.294744	54	16.756856	64164.981177	1075.203347	22.016176
55	22.731656	54508.325947	1239.064515	19.739907	55	17.319625	63089.777830	1092.691294	21.382864
56	23.519072	53269.261433	1252.843614	19.187435	56	17.920796	61997.086537	1111.037130	20.750922
57	24.360000	52016.417818	1267.119944	18.637532	57	18.563082	60886.049406	1130.232713	20.120457
58	25.258105	50749.297874	1281.831119	18.090394	58	19.249328	59755.816693	1150.259336	19.491562
59	26.217376	49467.466755	1296.907191	17.546207	59	19.982800	58605.557356	1171.103153	18.864312
60	27.241936	48170.559564	1312.259279	17.005146	60	20.766819	57434.454204	1192.730941	18.238765
61	28.336477	46858.300285	1327.799129	16.467370	61	21.605008	56241.723262	1215.102859	17.614955
62	29.505551	45530.501156	1343.402526	15.933024	62	22.501291	55026.620403	1238.169999	16.992889
63	30.754568	44187.098630	1358.955116	15.402228	63	23.459969	53788.450405	1261.875363	16.372543
64	32.089077	42828.143514	1374.315603	14.875082	64	24.485676	52526.575042	1286.148690	15.753858
65	33.514743	41453.827911	1389.314403	14.351658	65	25.583411	51240.426352	1310.904870	15.136734
66	35.038226	40064.513508	1403.789469	13.831991	66	26.758577	49929.521482	1336.042940	14.521023
67	36.705359	38660.724039	1419.055737	13.316082	67	28.017260	48593.478542	1361.456114	13.906521
68	38.368264	37241.668302	1428.898178	12.804426	68	29.365848	47232.022428	1387.008412	13.292962
69	40.261209	35812.770124	1441.865433	12.295362	69	30.811819	45845.014016	1412.568272	12.680004
70	42.253917	34370.904691	1452.305340	11.790179	70	32.362974	44432.445743	1437.966083	12.067223
71	45.351781	32918.599350	1492.917113	11.288280	71	37.160930	42994.479660	1597.714867	11.454093
72	48.661916	31425.682238	1529.233923	10.800791	72	42.180143	41396.764794	1746.121438	10.876868
73	52.198174	29896.448315	1560.540001	10.327687	73	47.176203	39650.643356	1870.566809	10.333841
74	55.975103	28335.908314	1586.105389	9.868926	74	52.535321	37780.076547	1984.788431	9.820734
75	60.008157	26749.802924	1605.206362	9.424448	75	58.001598	35795.288116	2076.183919	9.337553
76	64.313509	25144.596562	1617.137239	8.994176	76	63.645823	33719.104197	2146.080130	8.881707
77	68.908268	23527.459323	1621.236462	8.578015	77	69.472524	31573.024067	2193.457682	8.451428
78	73.810265	21906.222861	1616.904115	8.175853	78	75.486134	29379.566385	2217.749879	8.045076
79	79.038508	20289.318746	1603.637476	7.787560	79	81.691100	27161.816507	2218.878656	7.661128
80	84.612479	18685.681270	1581.041807	7.412991	80	88.091547	24942.937851	2197.261982	7.298169
81	90.552577	17104.639463	1548.869179	7.051983	81	94.692430	22745.675869	2153.843311	6.954881
82	96.880369	15555.770285	1507.048772	6.704356	82	101.497543	20591.832558	2090.020404	6.630042
83	103.618045	14048.721513	1455.701055	6.369916	83	108.511530	18501.812154	2007.659943	6.322510
84	110.788484	12593.020458	1395.161646	6.048454	84	115.738611	16494.152211	1909.010261	6.031223
85	118.415345	11197.858812	1325.998319	5.739746	85	123.182630	14585.141950	1796.636147	5.755190
86	126.523465	9871.860493	1249.021999	5.443554	86	130.848214	12788.505803	1673.353143	5.493483
87	135.137192	8622.838494	1165.266180	5.159630	87	138.739035	11115.152660	1542.105558	5.245237
88	144.282560	7457.572314	1075.997624	4.887710	88	146.859064	9573.047102	1405.888741	5.009639
89	153.984981	6381.574690	982.666658	4.627522	89	155.211761	8167.158361	1267.639028	4.785925
90	164.270695	5398.908032	886.882375	4.378781	90	163.801173	6899.519333	1130.149362	4.573372
91	175.166091	4512.025657	790.353895	4.141193	91	172.630460	5769.369972	995.968992	4.371296
92	186.696377	3721.671762	694.822636	3.914456	92	181.703230	4773.400980	867.342378	4.179041
93	198.887299	3026.849126	602.001846	3.698255	93	191.022598	3906.058601	746.145462	3.995974
94	211.764216	2424.847280	513.495884	3.492266	94	200.591444	3159.913139	633.851541	3.821473
95	225.349924	1911.351396	430.722891	3.296156	95	210.413074	2526.061598	531.516387	3.654913
96	239.667252	1480.628505	354.858165	3.109573	96	220.490789	1994.545212	439.778848	3.495650
97	254.737358	1125.770340	286.775762	2.932146	97	230.828023	1554.766364	358.883647	3.342995
98	270.578784	838.994578	227.014132	2.763475	98	241.428576	1195.882718	288.720261	3.196176
99	287.207628	611.980445	175.765452	2.603111	99	252.298184	907.162456	228.875440	3.054281
100	304.639659	436.214993	132.888387	2.450524	100	263.444063	678.287016	178.690687	2.916176
101	322.886090	303.326606	97.939942	2.305055	101	274.877830	499.596329	137.327955	2.780370
102	341.960340	205.386664	70.234094	2.165807	102	286.617747	362.268374	103.832545	2.644808
103	361.877547	135.152571	48.908681	2.031469	103	298.696188	258.435829	77.193797	2.506534

104	382.664652	86.243890	33.002488	1.899961	104	311.169383	181.242032	56.396971	2.361148
105	404.381952	53.241402	21.529862	1.767748	105	324.147070	124.845061	40.468161	2.201895
106	427.173737	31.711540	13.546337	1.628458	106	337.855378	84.376900	28.507190	2.018144
107	451.435962	18.165203	8.200426	1.469983	107	352.839083	55.869711	19.713017	1.792768
108	478.460464	9.964777	4.767752	1.268222	108	370.736175	36.156693	13.404594	1.497599
109	527.011000	5.197025	2.738889	0.972989	109	414.657000	22.752099	9.434317	1.085343
110	1000.000000	2.458136	2.458136	0.500000	110	1000.000000	13.317782	13.317782	0.500000
111		0.000000	0.000000		111	0.000000	0.000000	0.000000	

**FACTORES DE AJUSTE PARA TABLA DE MORTALIDAD PARA INVALIDOS  
MODELO DE MAKEHAM**

$0 \leq x < 70$  años  
 $\leq x < 840$  meses

c =	1.07027975
g =	0,99647441
s =	0,99002876
k =	100

para  $71 \leq x < 110$  años  
o  $841 \leq x < 1320$  meses

c =	1.07284241
g =	0,99582711
s =	100,297,321
k =	100.000

**FACTORES DE AJUSTE PARA TABLA DE MORTALIDAD PARA INVALIDOS  
MODELO DE MAKEHAM**

$0 \leq x < 70$  años  
 $\leq x < 840$  meses

c =	1,07012312
g =	0,99736890
s =	0,99261077
k =	100.000

para  $71 \leq x < 110$  años  
o  $841 \leq x < 1320$  meses

c =	1,03843089
g =	079512537
s =	1,09942514
k =	100.000